

Μετασχηματισμοί συντεταγμένων

Περιεχόμενα ενότητας:

- Έννοια και χρησιμότητα του μετασχηματισμού συντεταγμένων
- Μητρώα μετασχηματισμού
- Συντεταγμένες μοντέλου – Μετασχηματισμός μοντέλου
- Στοιχειώδεις μετασχηματισμοί συντεταγμένων (μετατόπιση περιστροφή κλπ)
- Σύνθετοι μετασχηματισμοί
- Αλλαγή συστήματος συντεταγμένων

Η έννοια του μετασχηματισμού συντεταγμένων

Μετασχηματισμός συντεταγμένων = Κανόνας αντιστοίχισης

$$(x,y,z) \longrightarrow (x', y', z')$$

Δηλώνοντας ένα σημείο με συντεταγμένες (x, y, z) ορίζουμε στη σκηνή ένα σημείο με συντεταγμένες (x', y', z') .

Σε μορφή μητρώων:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

M: μητρώο μετασχηματισμού

Ποια η χρησιμότητα των μετασχηματισμών συντεταγμένων;

Υπάρχουν περιπτώσεις στις οποίες ένας μετασχηματισμός συντεταγμένων αποδεικνύεται αναγκαίος.

Παράδειγμα:

Πολλαπλές κλήσεις μιας display list για τη σχεδίαση πολλαπλών σχημάτων.

Το εύρος των συντεταγμένων στο οποίο εκτείνεται το σχήμα μιας display list είναι προκαθορισμένο, επιλέγεται αυθαίρετα και μπορεί να διαφέρει από τις επιθυμητές διαστάσεις.

Χωρίς μετασχηματισμό συντεταγμένων, **κάθε εκτέλεση της λίστας απεικόνισης θα σχεδίαζε το σχήμα στην ίδια (αρχικά καθορισμένη) θέση της σκηνής** και με τις ίδιες διαστάσεις που έχουν οριστεί μέσα στη λίστα.

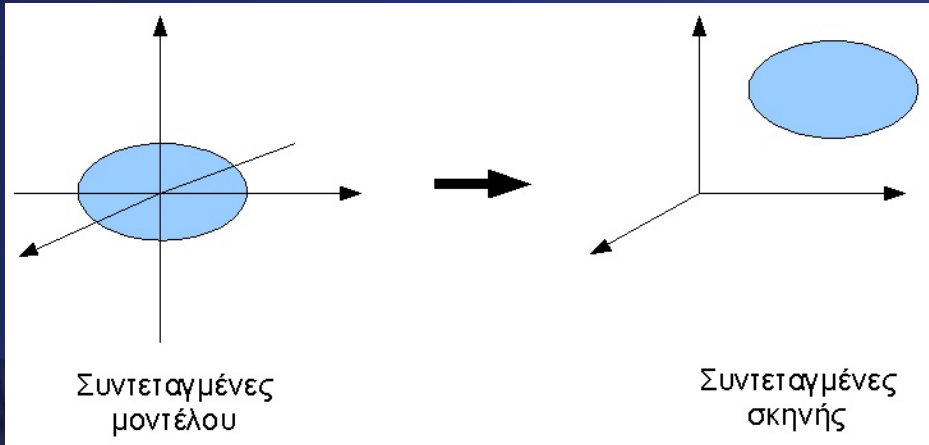
Συντεταγμένες μοντέλου – Μετασχηματισμός μοντέλου

Συντεταγμένες μοντέλου:

οι συντεταγμένες με τις οποίες δηλώνεται ένα πρότυπο σχήμα (συνήθως μέσα σε μια display list)

Μετασχηματισμός μοντέλου:

αντιστοίχιση συντεταγμένων μοντέλου σε συντεταγμένες σκηνής



$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = M_{\text{modelview}} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Μητρώα μετασχηματισμού

Μητρώο μετασχηματισμού μοντέλου (modelview matrix):

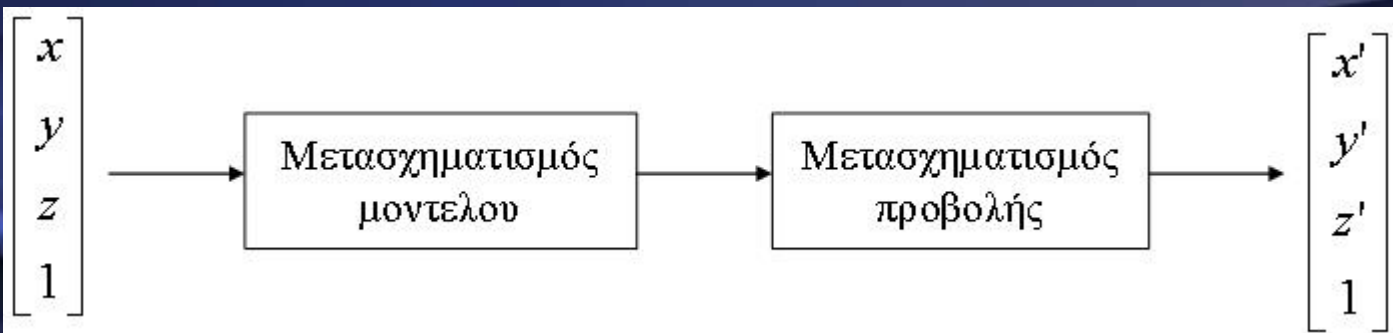
Μετασχηματίζει τις συντεταγμένες μοντέλου σε συντεταγμένες σκηνής.

Μητρώο προβολής (projection matrix):

Μετασχηματίζει τις συντεταγμένες σκηνής ανάλογα με τον τύπο προβολής που επιλέγουμε (περισσότερα στο Κεφάλαιο 4).

Τα μητρώα μετασχηματισμού μοντέλου και προβολής έχουν διαστάσεις 4x4.

Οι μετασχηματισμοί μοντέλου και προβολής εκτελούνται αλυσιδωτά .



Επεξεργασία μητρώων μετασχηματισμού

- Σε κάθε χρονική στιγμή μπορούμε να επεξεργαστούμε μόνο ένα από τα μητρώα μετασχηματισμού μοντέλου ή προβολής
- Η επιλογή του μητρώου που επεξεργαζόμαστε γίνεται με την εντολή `glMatrixMode`

```
void glMatrixMode(GLenum matrix);
```

GL_MODELVIEW: μετάβαση στην κατάσταση επεξεργασίας μητρώου μετασχηματισμού μοντέλου

GL_PROJECTION: μετάβαση στην κατάσταση επεξεργασίας μητρώου προβολής

Τα μητρώα μετασχηματισμών ως μεταβλητές κατάστασης

- Τα μητρώα μετασχηματισμών, διατηρούν τις τιμές που τους έχουν ανατεθεί την τελευταία φορά .
- Αν απαιτηθεί η αρχικοποίησή τους, αυτή θα πρέπει να δηλωθεί ρητά από τον προγραμματιστή με την εντολή `glLoadIdentity`.

`void glLoadIdentity();`

Αρχικοποιεί το τρέχον μητρώο μετασχηματισμού στην τιμή I_4

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Τα μητρώα μετασχηματισμού μοντέλου και προβολής έχουν ως αρχική τιμή τον πίνακα I_4 . Επομένως, με τις αρχικές τους ρυθμίσεις, δεν προκαλούν μεταβολή στις συντεταγμένες μοντέλου.

Προσοχή στην αρχικοποίηση των μητρώων!

- Ο προγραμματιστής, πριν δώσει εντολή αρχικοποίησης μητρώου, θα πρέπει να βεβαιωθεί ότι η εντολή θα αρχικοποιήσει το επιθυμητό μητρώο μετασχηματισμού.

Παράδειγμα 1: Αρχικοποίηση μητρώου μετασχηματισμού μοντέλου

```
glMatrixMode(GL_MODELVIEW);  
glLoadIdentity(); // Αρχικοποίηση του μητρώου μετασχηματισμού  
μοντέλου
```

Παράδειγμα 2: Αρχικοποίηση μητρώου προβολής

```
glMatrixMode(GL_PROJECTION);  
glLoadIdentity();
```


Στοιχειώδεις μετασχηματισμοί

- Κατηγορίες στοιχειωδών μετασχηματισμών:
- Μετατόπιση
- Κλιμάκωση
- Κλίση
- Περιστροφή

Μετατόπιση

- Μετατόπιση σημείου στο χώρο κατά (x_{tr}, y_{tr}, z_{tr}) ως προς τις διευθύνσεις x, y, z .

$$x' = x + x_{tr}$$

$$y' = y + y_{tr}$$

$$z' = z + z_{tr}$$

- Μητρώο μετατόπισης

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{tr} \\ 0 & 1 & 0 & y_{tr} \\ 0 & 0 & 1 & z_{tr} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Εντολή μετατόπισης

- Ο ορισμός μητρώου μετατόπισης κατά (x_{tr}, y_{tr}, z_{tr}) γίνεται με τις εντολές `glTranslate*`.

`glTranslatef (GLfloat xtr, GLfloat ytr, GLfloat ztr);`

`glTranslated (GLdouble xtr, GLdouble ytr, GLdouble ztr);`

`xtr ytr ztr` οι μετατοπίσεις κατά τους άξονες x, y και z.

Κλιμάκωση

- Οι συντεταγμένες πολλαπλασιάζονται με ένα σταθερό συντελεστή ανά διεύθυνση

$$x' = s_x \cdot x$$

$$y' = s_y \cdot y$$

$$z' = s_z \cdot z$$

s_x , s_y , s_z : συντελεστές κλιμάκωσης ως προς τις διευθύνσεις x , y και z αντίστοιχα

- Μητρώο μετασχηματισμού κλιμάκωσης

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Κλιμάκωση

- Στην OpenGL, η κλιμάκωση εκτελείται με τις εντολές **glScale***:

```
void glScalef(GLfloat sx, GLfloat sy, GLfloat sz);
```

```
void glScaled(GLdouble sx, GLdouble sy, GLdouble sz);
```

- **sx, sy, sz** οι συντελεστές κλιμάκωσης κατά τις διευθύνσεις x, y, z αντίστοιχα.

Ανάκλαση

- Ειδική περίπτωση κλιμάκωσης

$$s_x = -1 \text{ ή } s_y = -1 \text{ ή } s_z = -1$$

- Η ανάκλαση εξάγει το συμμετρικό ενός σημείου ως προς το επίπεδο $x=0$, $y=0$ ή $z=0$ αντίστοιχα

$$S_{REFX} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S_{REFY} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$S_{REFZ} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Κλίση

•η τιμή μίας από τις συντεταγμένες x, y, z των σημείων μεταβάλλεται γραμμικά ως προς μία ή περισσότερες εκ των άλλων δύο συντεταγμένων

•Πχ γραμμική μεταβολή της συντεταγμένης x ως προς y

$$x' = x + a \cdot y$$

• a : συντελεστής κλίσης

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

•Στο παραπάνω παράδειγμα η συντεταγμένη x' μεταβάλλεται γραμμικά ως προς την απόστασή του σημείου x, y, z από το επίπεδο $y=0$ (που είναι ίση με y)

Κλίση ως προς δύο επίπεδα

•η τιμή μίας από τις συντεταγμένες x,y,z των σημείων μεταβάλλεται γραμμικής μεταβολής ως προς δύο συντεταγμένες δύο συντεταγμένων

•Πχ γραμμική μεταβολή της συντεταγμένης z ως προς x και y

$$z' = a \cdot x + b \cdot y + z$$

• α, β : συντελεστές κλίσης

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & b & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

•Στο παραπάνω παράδειγμα η συντεταγμένη z' μεταβάλλεται γραμμικά ως προς την απόσταση του σημείου x,y,z από τα επίπεδα $y=0$ και $x=0$

Κλίση ως προς τυχαία επίπεδα αναφοράς

- Μετασχηματισμοί κλίσης με αναφορά τυχαία επίπεδα $x=x_0$ $y=y_0$ $z=z_0$
- Πχ γραμμική μεταβολή της συντεταγμένης z ως προς x και y

$$z' = a(x - x_0) + b \cdot (y - y_0) + z$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ a & b & 1 & -(a \cdot x_0 + b \cdot y_0) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Για τον ορισμό μετασχηματισμών κλίσης δεν υπάρχει συγκεκριμένη εντολή στην OpenGL .
- Ο ορισμός μητρώων κλίσης γίνεται με την άμεση ανάθεση τιμών στα στοιχεία του μητρώου μετασχηματισμού μοντέλου.

Περιστροφή

- Η περιστροφή ενός σημείου κατά γωνία ϕ (επιπέδου XY)
- Άξονας περιστροφής στην αρχή των αξόνων του συστήματος συντεταγμένων σκηνης

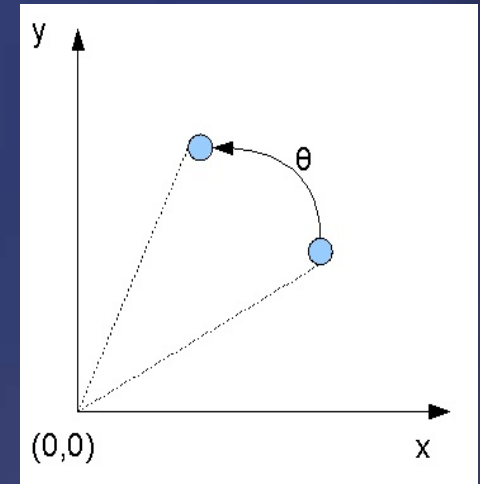
$$x' = \cos \phi \cdot x - \sin \phi \cdot y$$

$$y' = \sin \phi \cdot x + \cos \phi \cdot y$$

Περιγραφή περιστροφής στις 3 διαστάσεις

Θεωρούμε την πρόσθετη συνθήκη $z' = z$

Περιστροφή ως προς τον άξονα Oz



Μητρώο περιστροφής ως προς τον άξονα Oz

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & -\sin \phi & 0 & 0 \\ \sin \phi & \cos \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Περιστροφή ως προς Ox

•Οι περιστροφές ως προς τους άλλους άξονες του καρτεσιανού συστήματος συντεταγμένων σκηνης

•Οι εξισώσεις προκύπτουν με κυκλική εναλλαγή μεταβλητών:

$$x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow x$$

•Πρώτη εναλλαγή μεταβλητών: περιστροφή σημείου στο χώρο κατά γωνία ϕ με άξονα περιστροφής τον Ox

$$\begin{aligned}x' &= x \\y' &= \cos \phi \cdot y - \sin \phi \cdot z \\z' &= \sin \phi \cdot y + \cos \phi \cdot z\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & -\sin \phi & 0 \\ 0 & \sin \phi & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Περιστροφή ως προς Oy

- Δεύτερη εναλλαγή μεταβλητών: περιστροφή σημείου στο χώρο κατά γωνία ϕ με άξονα περιστροφής τον Oy

$$x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow x$$

$$x' = \cos \phi \cdot x + \sin \phi \cdot z$$

$$y' = y$$

$$z' = -\sin \phi \cdot x + \cos \phi \cdot z$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Εντολές περιστροφής στην OpenGL

- Μπορούμε να εκτελέσουμε μετασχηματισμούς περιστροφής ως προς οποιαδήποτε άξονα περιστροφής.
- Ορίζουμε ένα διανύσμα που η διεύθυνσή του ταυτίζεται με τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής. **Ο άξονας περιστροφής διέρχεται από την αρχή των αξόνων.**
- Οι μετασχηματισμοί περιστροφής εκτελούνται με τις εντολές **glRotate***

glRotatef (GLfloat angle, GLfloat vx, GLfloat vy, GLfloat vz);

glRotated (GLdouble angle, GLdouble vx, GLdouble vy, GLdouble vz);

angle: η γωνία περιστροφής σε μοίρες

vx,vy,vz : οι συνιστώσες διανύσματος που εκφράζει τη διεύθυνση του άξονα περιστροφής

Η φορά περιστροφής καθορίζεται από τη φορά του διανύσματος (vx,vy,vz) και σύμφωνα με τον κανόνα του δεξιού χεριού.

Σύνθετοι μετασχηματισμοί

Σύνθετος μετασχηματισμός: Μία αλυσιδωτή εφαρμογή στοιχειωδών μετασχηματισμών

Ένας σύνθετος μετασχηματισμός δημιουργείται από τους επιμέρους στοιχειώδεις μετασχηματισμούς που αναλύθηκαν.

Σύμβαση: Το μητρώο ενός σύνθετου μετασχηματισμού αναπαρίσται με τη μορφή γινομένου μητρώων στοιχειωδών μετασχηματισμών

Σε 3D σύνθετους μετασχηματισμούς, για να είναι εφικτή η αναπαράσταση τους σε μορφή γινομένου, τα μητρώα θα πρέπει να έχουν διαστάσεις 4×4 .

Ομογενείς συντεταγμένες

•Εάν:

- ένας 3Δ σύνθετος μετασχηματισμός περιέχει έναν μετασχηματισμό μετατόπισης
- χρησιμοποιούμε μητρώα διαστάσεων 3×3 , δεν υπάρχει τρόπος τα μητρώα να ενοποιηθούν σε μορφή γινομένου.

•Λύση:

Επεκτείνουμε κατά 1 τη διάσταση των μητρώων μετασχηματισμού

- Αναπαριστούμε τα σημεία με τη μορφή τετραδιάστατων διανυσμάτων (με τη μορφή ομογενών συντεταγμένων (x,y,z,h)).

- Η παράμετρος h παίρνει την τιμή 1

- Επεκτείνοντας τη διάσταση των μητρώων κατά 1 επιτρέπουμε το συνδυασμό όλων των στοιχειωδών σε ένα σύνθετο μητρώο με σχέσεις γινομένου.

Παράδειγμα: σύνθετος μετασχηματισμός περιστροφής και μετατόπισης

•4x4 μητρώο περιστροφής

$$R = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

•4x4 μητρώο μετατόπισης

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{tr} \\ 0 & 1 & 0 & y_{tr} \\ 0 & 0 & 1 & z_{tr} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ο σύνθετος μετασχηματισμός προκύπτει από το γινόμενο των μητρώων στοιχειωδών μετασχηματισμών

Πολλαπλασιασμός στοιχειωδών μητρώων μετασχηματισμού

- Εντολές έμμεσης δήλωσης στοιχειωδών μετασχηματισμών (glTranslate, glRotate κλπ) δεν αντικαθιστούν το τρέχον μητρώο μετασχηματισμού αλλά πολλαπλασιάζονται με αυτό

- Κάθε στοιχειώδες μητρώο M που δηλώνουμε έμμεσα πολλαπλασιάζεται με το τρέχον μητρώο μετασχηματισμού C από δεξιά.

$$C' = C \cdot M$$

- Στον πολλαπλασιασμό μητρώων δεν ισχύει η αντιμεταθετική ιδιότητα

$$CM \neq MC$$

- Έχει μεγάλη σημασία η διαδοχή με την οποία επιβάλλονται οι στοιχειώδεις μετασχηματισμοί.

Σειρά δήλωσης μετασχηματισμών

• Στην OpenGL, οι συντεταγμένες των σημείων εκφράζονται με τη μορφή **διανυσμάτων στηλών**.

• Τα μητρώα μετασχηματισμού πολλαπλασιάζονται με τα διανύσματα στήλες των συντεταγμένων μόνο από αριστερά.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = M \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Έστω ο σύνθετος μετασχηματισμός

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = M_1 \cdot M_2 \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Τα μητρώα στοιχειωδών μετασχηματισμών δηλώνονται από αριστερά προς τα δεξιά. Επομένως το μητρώο που επιδρά πρώτο (M2) πρέπει να δηλωθεί τελευταίο.

Παράδειγμα: σύνθετος μετασχηματισμός περιστροφής και μετατόπισης

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x_{tr} \\ 0 & 1 & 0 & y_{tr} \\ 0 & 0 & 1 & z_{tr} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = T \cdot R \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Προγραμματιστική υλοποίηση μετασχηματισμού:

```
glMatrixMode(GL_MODELVIEW); //Μετάβαση στην κατάσταση  
                             Επεργασίας του μητρώου  
                             μετασχηματισμού μοντέλου
```

```
glLoadIdentity( ); // αρχικοποίηση μητρώου μετασχηματισμού μοντέλου  
                   (εάν αυτή είναι απαραίτητη)
```

```
glTranslate {fd}(xtr,ytr,ztr); // Ορισμός μητρώου μετατόπισης
```

```
glRotate {fd}(\theta,0,0,1); //Ορισμός μητρώου περιστροφής
```

Άμεσος ορισμός μητρώου μετασχηματισμού

- Στην OpenGL ο προγραμματιστής έχει την ευχέρεια να παρακάμψει τις παραπάνω συναρτήσεις δήλωσης μετασχηματισμών και να τροποποιήσει απευθείας τις τιμές του τρέχοντος μητρώου μετασχηματισμού (**άμεσος ορισμός**)
- δυνατότητα ορισμού μετασχηματισμών που δε μπορούν να δηλωθούν με εντολές έμμεσου σχηματισμού (πχ **μετασχηματισμοί κλίσης**)

Δύο κατηγορίες:

- α) Αντικατάσταση του τρέχοντος μητρώου μετασχηματισμού
- β) Πολλαπλασιασμός τρέχοντος μητρώου μετασχηματισμού με αυθαίρετο μητρώο

Αντικατάσταση του τρέχοντος μητρώου μετασχηματισμού

```
void glLoadMatrixf(GLfloat *elem16);
```

```
void glLoadMatrixd(GLdouble *elem16 );
```

elem16: μητρώο που περιέχει τις προς ανάθεση τιμές

$$elem16 = \begin{bmatrix} elem[0] & elem[4] & elem[8] & elem[12] \\ elem[1] & elem[5] & elem[9] & elem[13] \\ elem[2] & elem[6] & elem[10] & elem[14] \\ elem[3] & elem[7] & elem[11] & elem[15] \end{bmatrix}$$

Πολλαπλασιασμός του τρέχοντος μητρώου μετασχηματισμού

```
void glUniformMatrixf (GLfloat *elem16);
```

```
void glUniformMatrixd (GLdouble *elem16);
```

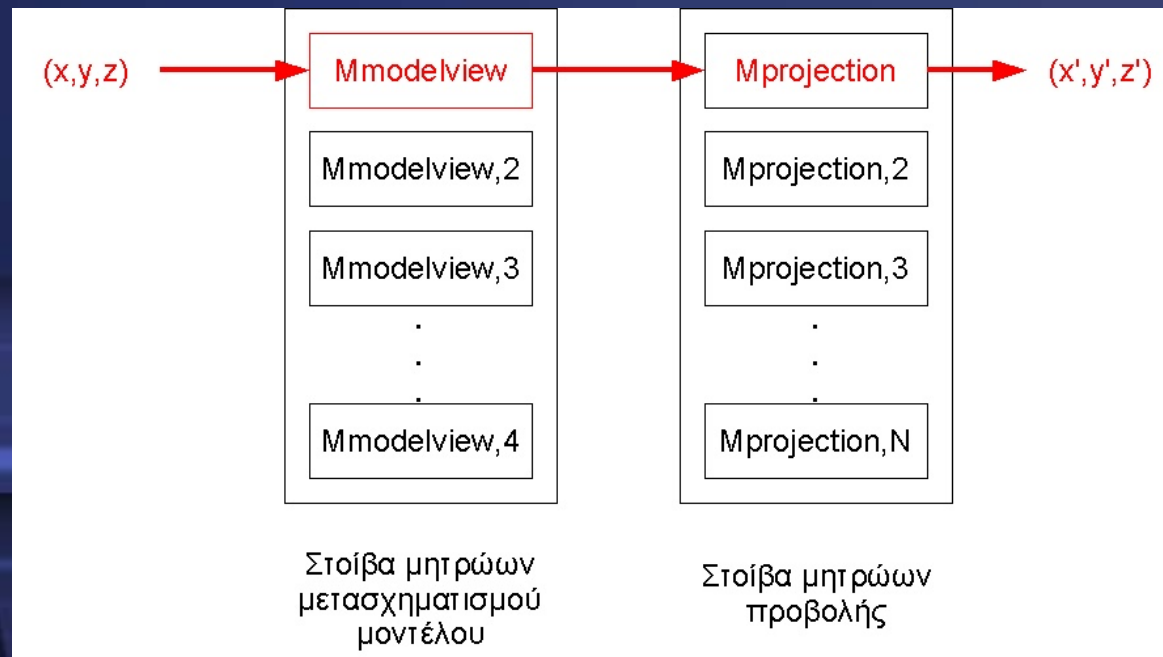
elem16: μητρώο μετασχηματισμού δοσμένο υπό τη μορφή ομογενών συντεταγμένων

• Η εντολή **glUniformMatrix*** πολλαπλασιάζει το μητρώο **elem16** με το τρέχον μητρώο μετασχηματισμού **C** από δεξιά.

$$C' = C \cdot elem16$$

Στοιίβες μητρώων μετασχηματισμού

- Για κάθε κατηγορία μητρώου μετασχηματισμού (μοντέλου και προβολής) η μηχανή της OpenGL προβλέπει την ύπαρξη μιας στοιίβας
- Οι στοιίβες μητρώων προσφέρουν τη δυνατότητα αποθήκευσης πολλαπλών προφίλ για κάθε μητρώο
- Το ενεργό μητρώο μετασχηματισμού βρίσκεται στην κορυφή της κάθε στοιίβας.



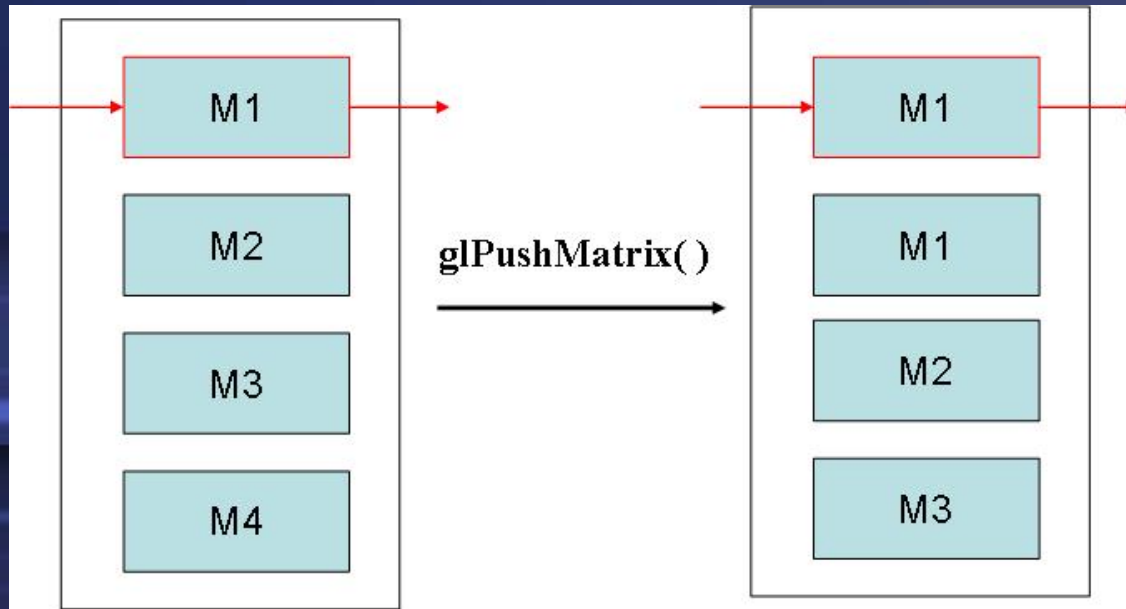
Προσθήκη μητρώου στη στοίβα

Τακτική αποθήκευσης μητρώων στη στοίβα

Τροποποιούμε το ενεργό μητρώο μετασχηματισμού και το προωθούμε κατά ένα επίπεδο στη στοίβα.

void glPushMatrix();

Μεταφέρει το ενεργό μητρώο και όσα βρίσκονται χαμηλότερα από αυτό κατά ένα επίπεδο προς τα κάτω στη στοίβα.

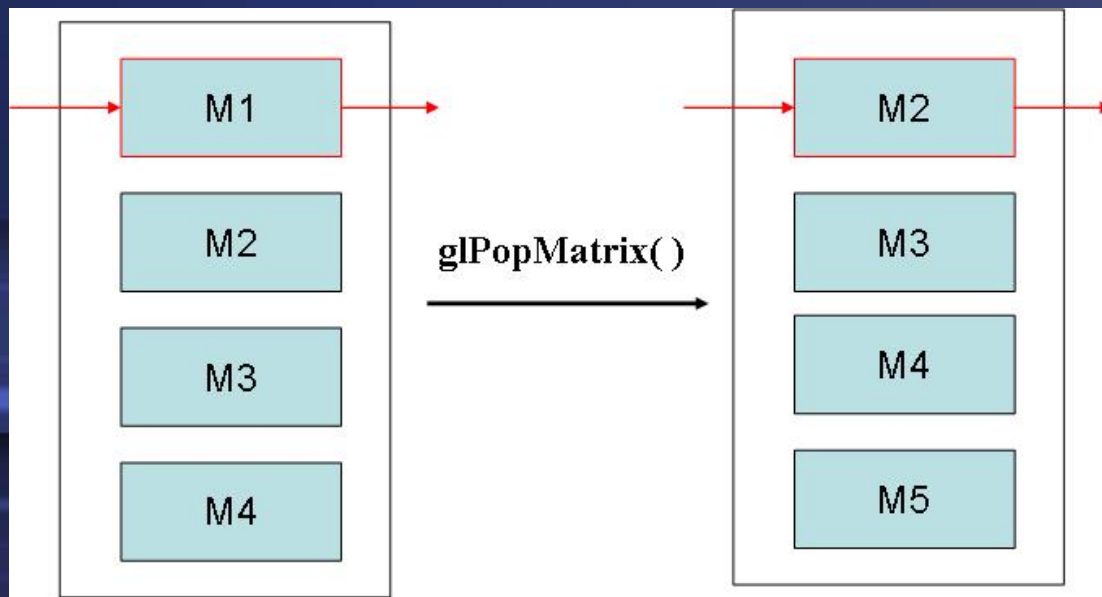


Ανάκληση μητρώου από στη στοίβα

- Η ανάκληση των μητρώων από τη στοίβα γίνεται βάσει της λογικής last in-first out.

`void glPopMatrix();`

- Η εκτέλεση της `glPopMatrix` μεταθέτει κάθε μητρώο κατά μία θέση προς τα πάνω στη στοίβα.
- Το ενεργό μητρώο αντικαθίσταται από το αμέσως επόμενο του στη στοίβα.



Αλλαγή συστήματος συντεταγμένων

- Οι δηλώσεις μετασχηματισμών που αναλύσαμε προηγουμένως, μπορούν να χρησιμοποιηθούν και για την αλλαγή συστήματος συντεταγμένων
- Ανάγουν την περιγραφή της σκηνής σε σύστημα συντεταγμένων που προκύπτει από το αρχικά καθορισμένο σύστημα με διαδικασίες στοιχειωδών μετασχηματισμών (χρήσιμη για την παρατήρηση μιας σκηνής από διαφορετικές οπτικές γωνίες)
- Μετατόπιση συστήματος συντεταγμένων
- Περιστροφή συστήματος συντεταγμένων

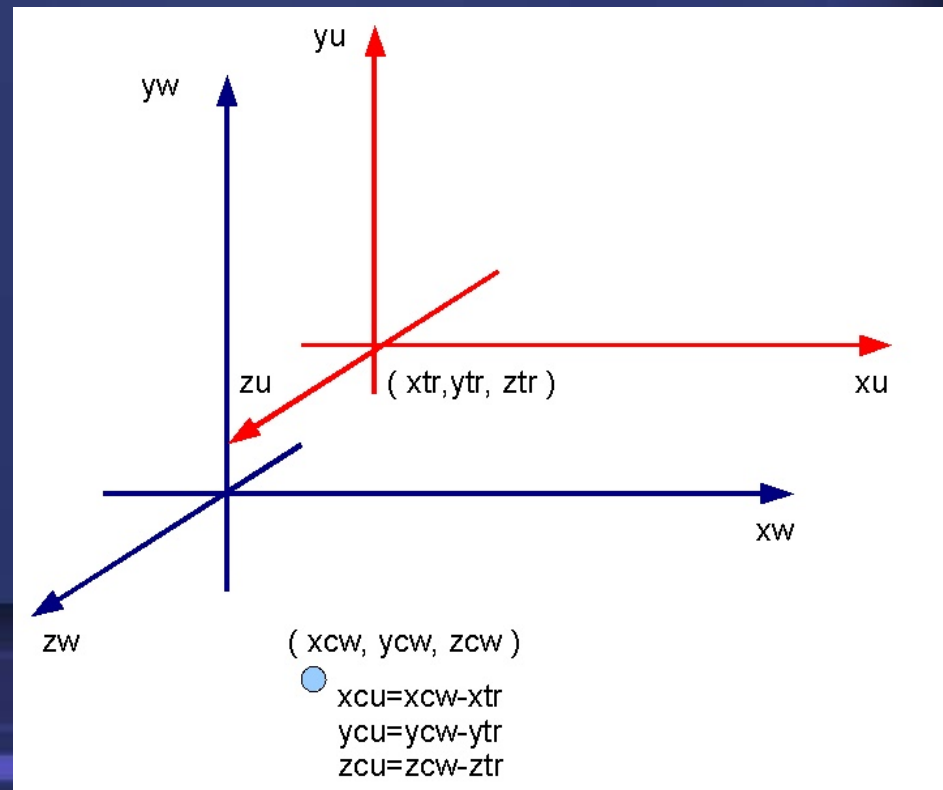
Μετατόπιση συστήματος συντεταγμένων

Η περιγραφή της σκηνής ως προς το μετατοπισμένο σύστημα συντεταγμένων με αρχή στο σημείο x_{tr}, y_{tr}, z_{tr} ισοδυναμεί με μετατόπιση όλων των σημείων της σκηνής κατά $(-x_{tr}, -y_{tr}, -z_{tr})$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -x_{tr} \\ 0 & 1 & 0 & -y_{tr} \\ 0 & 0 & 1 & -z_{tr} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Εντολή ορισμού:

```
glTranslate {fd}(-xtr,-ytr,-ztr);
```



Περιστροφή συστήματος συντεταγμένων

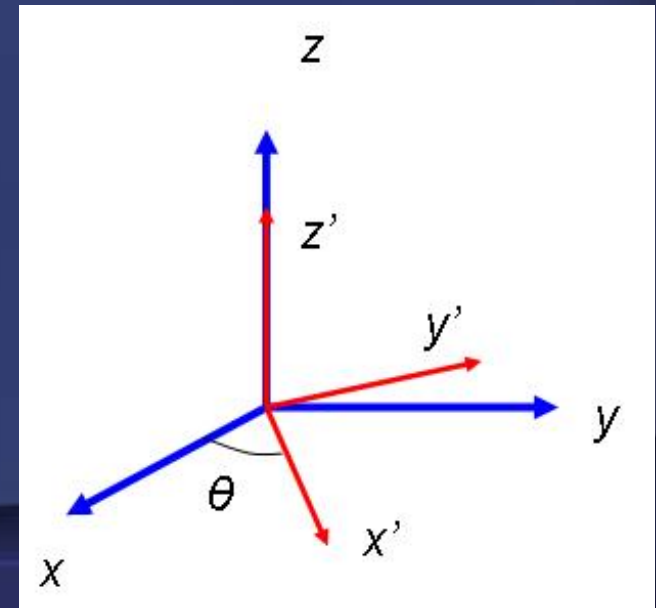
Η περιγραφή της σκηνής ως προς το περιστραμμένο σύστημα συντεταγμένων κατά γωνία θ ισοδυναμεί με την περιστροφή όλων των σημείων της σκηνής κατά γωνία $-\theta$.

Περιστροφή $\Sigma\Sigma$ ως προς τον άξονα Oz
κατά γωνία θ

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(-\theta) & -\sin(-\theta) & 0 & 0 \\ \sin(-\theta) & \cos(-\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Εντολή ορισμού

```
glRotate{fd}(-θ,0,0,1);
```



Τέλος ενότητας!

